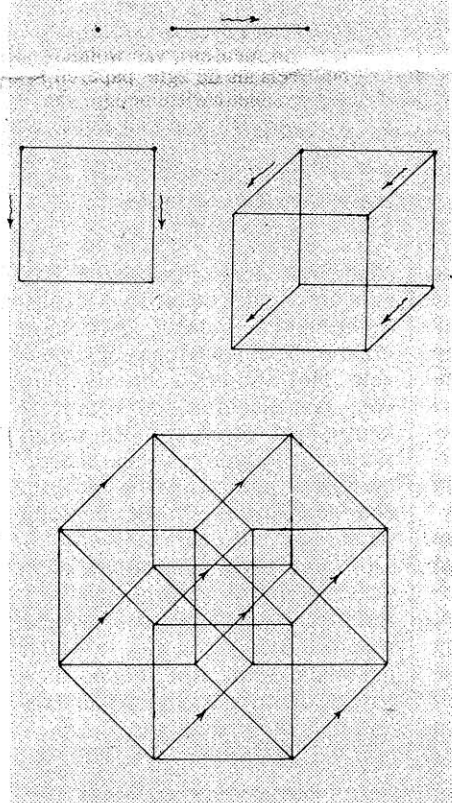




Ons ruimtelijk beleven heeft zijn grenzen — maar ligt dat aan ons of aan de ruimte? Leven wij in een driedimensionale schil van het vierdimensionaal? Maar als dat zo is bestaan wij dan wel? Van punt naar hyperkubus: op zoek naar de juiste verhoudingen.

Cas de Stoppelaar

IK RIJD naar Utrecht om de vierde dimensie te gaan zien. Het landschap door de voorruit is vlak, de regen valt als Euclidische loodlijnen uit een loodgrijze lucht. Er is niet veel verbeeldingskracht voor nodig om lengte, breedte en diepte te onderscheiden. De Einsteinse variant op de vierde dimensie, de tijd, verstrijkt digitaal tikkend op het dashboardklokje. Sedert enige tijd lees ik veel over de vierde dimensie, over hyperkubussen, hyperbollen, hyperrealiteit. Hoe meer ik lees, des te drie-dimensionaler lijkt ik te worden. Maar nu ga ik hem beleven, de vierde dimensie, want dat kan. 'Ineens kon ik hem voelen! De hyperkubus werd plotseling tastbare werkelijkheid', zeggen Philip Davis en Reuben Hersh in hun boek *The Mathematical Experience*, waarin ze spelen met een door Thomans Banchoff en Charles Strauss geschreven computerprogramma dat vier-dimensionale structuren op een t.v. scherm afbeeldt. Het vereist wel het nodige aan doorzettingsvermogen, want genoemde auteurs hebben lang moeten oefenen. De Amerikaanse wiskundige Rudy Rucker meldt in zijn boek *The Fourth Dimension* dat hij zich al vijftien jaar intensief bezighoudt met deze materie en dat hij desondanks hooguit vijftien minuten de vreemde mocht smaken van een *direct vision into four-dimensional space*. Daartegenover staat in het tijdschrift *Leonardo* (vol. 17, no 3 1984) een lyrische getuigenis van de kunstenaar Tony Robbin, die de vier ruimtelijke dimensies in zijn werk tracht vast te leggen: 'Samenvattend geloof ik dat we hyperkubussen (4D-kubussen, CdS) op dezelfde wijze kunnen leren zien als gewone kubussen, en dat het vermogen hyperkubussen te zien leidt tot het zien van hyperruimte! En: 'In de Renaissance heeft de beheersing van de derde dimensie mede bijgedragen tot het ontstaan van het humanisme. Evenzo zal een beheersing van de vierde dimensie ons een nieuwe filosofie brengen, een nieuw beleven van onszelf: een nieuwe subjectieve werkelijkheid. Wie zou de vierde dimensie NIET willen zien?



In ordelijke stappen van één naar vier dimensies

IN UTRECHT, bij de stichting Film en Wetenschap staat de film *The Hypercube* klaar. Mathematicus Thomas Banchoff en computermachinist Charles Strauss van de Brown University hebben op grond van hun hierboven genoemde computerprogramma ook een film gemaakt waarbij de kijker van één naar vier dimensies wordt megevoerd, in ordelijke stappen. De film won in 1979 de Prix de la Recherche Fondamentale in Brussel. Ik nestel me met maximale perceptiviteit achter de knoppen.

De film begint met een ruimtelijk beleven van de namen van Banchoff en Strauss, waar de kijker doorheen wordt gevoerd als in een ruimteschip door een sterrenstelsel. Geen muziek, heel wetenschappelijk. Er verschijnt een punt in het beeld en een Amerikaanse stem zegt: 'This is a point.' Het punt staat even roerloos stil om ons de nulde dimensie in te prenten. Het wordt dan langzaam naar rechts uitgerekt zodat een streepje ontstaat — 'this is a line, de eerste dimensie.'

Tot zover is alles duidelijk, en ook de volgende fase neemt niet veel geheugenruimte in beslag: lijntjes vanuit de uiteinden van het streepje naar onderen toe getrokken creëren een plat vlak.

Daarna treden we buiten de mogelijkheden van het scherm. Vier lijntjes vanuit de hoeken van het platte vlak naar achteren toe toont ons een kubus. De kubus wordt langzaam rondgedraaid, eerst recht van voren getoond zonder perspectief — zodat het lijkt alsof twee vierkanten over elkaar

heenschuiven. Dan zien we hem van rechts-boven — in de 'middelbare school-stand'. Hij is van alle kanten te bekijken. Althans, onze hersenen hebben geleerd dat deze platte voorstelling van lijnen, die scheef door elkaar heen bewegen, in het dagelijks leven een ronddraaiende kubus voorstelt. Nu zegt de stem: 'And when we extend the eight vertices of the cube into the fourth dimension, we see a hypercube. Dit is het moment. Zal ik hem deelachtig worden? De film trekt kleurige lijntjes uit de acht hoekpunten naar... ja, waar naar toe eigenlijk? De vierde dimensie in? Nee, naar rechts onder op het filmbeeld, en dat noemt de stem vierde dimensie. Er ontstaat nu een mandala-achtige structuur, met veel lijnen, vlakken en vreemde snijpunten. Het beeld tuimelt langzaam rond. De film kan heen en weer gespoeld, zodat ik alle tijd heb om het wentelen in 4D te aanschouwen.

Er komt een nog ruimtelijker variant, waarin perspectief wordt aangebracht. Nu cirkelt het ding van onder naar boven. Het is een prachtig gezicht, alsof de hyper-kubus zichzelf binnensteubiten keert. Ik zie echter nog geen 4 dimensies — althans, niet meer dan 3,25 dimensionaal hooguit. B. Mandelbrot zou tevreden zijn. Heen en weer spelen. De hersenschors staat onder voelbare spanning om het beeld te 'processen'. Telkens tuimelt het spinnweb weer rond en stulpt zich open als een zeeanemoon. Het is een voortdurend spotten met mijn waarnemingsvermogen. Ik neem een tweedimensionale hoeveelheid lijnen waar en ik wil een vierdimensionaal ruimtelijk beeld ervaren. De sprong van twee dimensies is te groot. Ik denk aan Douglas Hofstadter die twee jaar geleden in Amsterdam vertelde dat een vriend van hem het één-dimensionale schaakspel bestudeerde. Na de film vijf keer gezien te hebben kon ik hem uit mijn hoofd. Het is mislukt, ik hoor er nog niet bij. Troost kan ik putten uit de woorden van Davis en Hersh dat ze na het zien van dezelfde film weliswaar veel plezier hadden beleefd maar ook teleurgesteld waren: 'I didn't gain any intuitive feeling for the hypercube.'

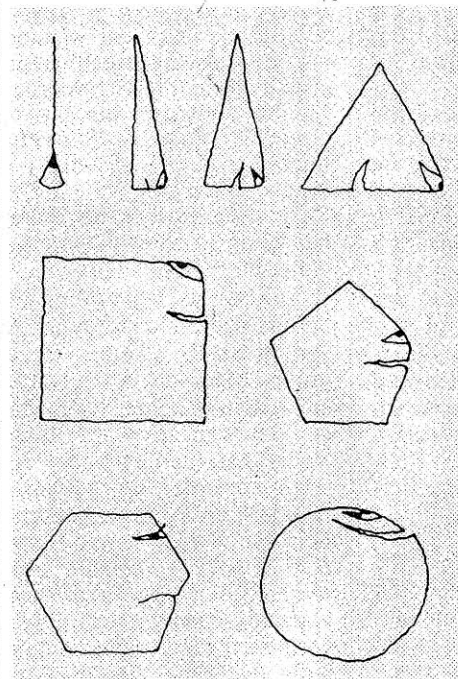
Zou de apostel Paulus enig inzicht in de materie hebben gehad toen hij tegen de Epheziërs zei: 'Geworteld en gegrond in de liefde, zult gij dan, samen met alle heiligen, in staat zijn te vatten, hoe groot de breedte en de lengte en de hoogte en de diepte is?'

WE SPREKEN over vier ruimtelijke dimensies. De tijd, veel als 'vierde dimensie' gezien, valt buiten dit betoog, evenals een grootheid als kleur of temperatuur. Of: 'De ontdekking dat haar vader steenrijk was gaf een extra dimensie aan mijn verhouding met Anna.'

Kosmologen, die zich onledig houden met (het ontstaan van) het heelal postuleren thans 11 of zelfs 17 dimensies om hun theorieën kloppend te krijgen. Wat is de 10e dimensie? Iets onwetbaars en dus onmeetbaars? Het stadium van een mogelijk voorstellingsvermogen is dan al lang gepasseerd. Het probleem is niet dat er met 4 (of meer) dimensies niet te rekenen valt: wiskundigen hebben het daarmee relatief eenvoudig. Zij verheffen een derde macht tot een vierde met even veel zwier en genoeg als een tweede macht naar een derde, terwijl de waarnemer, die een plat vlak tot een kubus ziet groeien, nerveus wordt als die kubus tot hyper-kubus wordt opgewaardeerd.

Een wiskundige rommelt wat met formules, en er valt een kant en klaar beeld uit van een 4D object. Gewoon, met een X-as, een Y-as, een Z-as, en een — laten we zeggen — R-as. Een hyperkubus blijkt dan 16 hoekpunten te hebben, en zijn grensvlakken bestaan uit 8 3D-kubussen, zoals een kubus 6 platte (2D) vlakken heeft.

Nee, te rekenen is er voldoende. Bewijs genoeg. Maar: kunnen we ons een voorstelling maken van een vier-dimensionale kubus, zoals we dat ook kunnen van een drie-dimensionaal object?



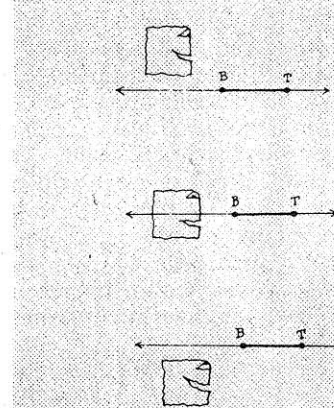
Bewoners van Flatland

TER TRAINING van het voorstellingsvermogen in de vierde dimensie is er enig houvast, zoals de bestudering van een boek als *Flatland*.

Flatland, geschreven door de Victoriaanse schoolmeester Edwin Abbott Abbott, werd uitgegeven in 1884. Held van het verhaal is A Square, een nieuwgierig vierkantje, zeer twee-dimensionaal, die in een ruimte leeft waarin hoog en laag niet bestaat. Zijn medebewoners in deze platte wereld zijn streepjes (vrouwen), driehoekjes in verschillende vormen (soldaten, arbeiders en kooplieden), vijf- en zeshoekige creaturen (heren en edelen) en tenslotte een cirkel, de priester. Hoe ronder, hoe hoger.

Het boek werkt op drie niveaus. Het is in de eerste plaats een satire over de Victoriaanse samenleving, waarin vrouwen als dunne, onmondige streepjes worden ondergewaardeerd en bolle creaturen de macht in handen hebben. Verder is het een wetenschappelijk verhaal over dimensies, en tenslotte ook een religieuze filosofie over 'het hogere'.

A Square maakt vreselijke avonturen mee. Zijn multi-dimensionale belevenissen beginnen wanneer hij op zeker nacht droomt van Lineland. Vóór mij zag ik een menigte streepjes van verschillende lengte, waartussen andere wezens bewogen die niet groter dan een punt leken. A Square denkt dat het grootste streepje een vrouw is — net als in Flatland — en spreekt haar aan. Het streepje reageert niet, en pas na enig aandringen zegt het beledigd: 'Ik ben geen vrouw, ik ben de Koning van de Wereld!'

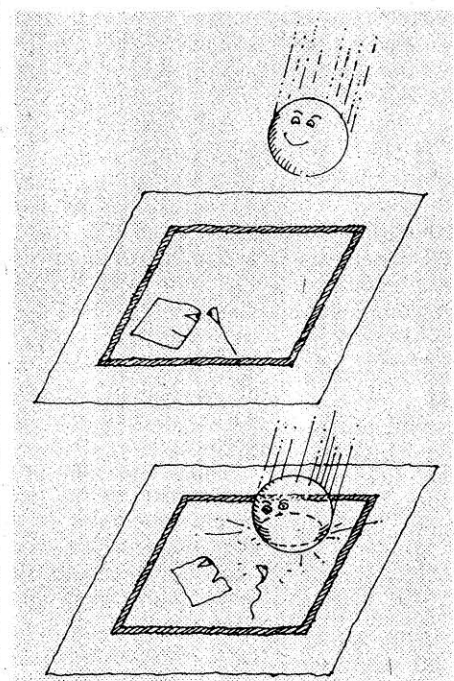


A square kruist Lineland

A Square vertelt de koning over de tweede dimensie. De koning begrijpt dat niet en vraagt A Square dit aan te tonen. A Square beweegt zich door Lineland van links naar rechts, maar de koning, die uitsluitend rechtuit kan kijken, ziet niets dan een segment — de dwarsdoorsnede — van A Square dat uit het niets komt, even zichtbaar blijft en in het niets weer verdwijnt. De koning vindt dus dat de tweede dimensie niet bestaat en A Square wordt wakker.

De volgende avond zit A Square gezellig met zijn vrouw in huis, wanneer een stem uit de hemel tot hen begint te spreken. Dan, plotseling, verschijnt er een cirkel in de kamer, zonder dat de deur van slot is geweest. Het is A Sphere uit Sphereland.

A Square begrijpt dat niet en A Sphere legt uit dat hij een bol is en dus 'hoogte' heeft, een opstapeling van cirkels in de derde dimensie, beginnend bij een punt, uitdijend via zijn middellijn en weer inkrimpend tot een punt. Om zich te laten zien zakt A Sphere langzaam door de platte kamer van A Square, maar deze ziet niets meer dan een cirkel, zoals de koning van Lineland niets meer dan een lijntje van A Square zag.



A Sphere verschijnt als cirkel in de kamer van A Square

A Square, in het geheel niet overtuigd dat de cirkel een dwarsdoorsnede van A Sphere is, ontsteekt in toorn en geeft A Sphere een harde trap. A Sphere neemt daarop wraak door A Square uit zijn twee-dimensionale kamer te tillen, de derde dimensie in. A Square raakt geheel van slag: 'Een onuitsprekelijke angst beving mij. Er was duisternis, een duizelingwekkende sensatie van Zien dat geen zien was. Ruimte

die geen ruimte was. Ik was mijzelf, maar tegelijk ook niet. Toen ik de macht over mijn stem herwon schreeuwde ik: 'Of ik ben gek geworden, of ik ben in de hel terechtgekomen.'

'Geen van tweeën,' sprak A Sphere kalm. 'Dit is Kennis. Dit is de Derde Dimensie. Open je ogen en probeer rustig rond te kijken.'

En wij? Hoe zit het met ons ongeloof? Zijn wij even onwetend als A Square en de Koning van Lineland? Sedert korte tijd geloof ik uit voorzorg dat de maan en de sterren dwarsdoorsneden van vierdimensionale bollen in onze ruimte zijn.



Een vierdimensionale bol snijdt onze ruimte

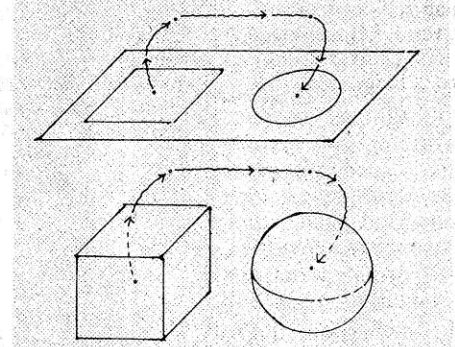
ER IS EEN filosofisch probleem. Om een twee-dimensionaal wezen op te tillen, zoals A Sphere deed, moet dat wezen een zeker dikte hebben, tenminste zoiets als plasticfolie. Dus de twee-dimensionale wereld van Flatland heeft noodzakelijkerwijs een minimale derde dimensie.

Hebben wij ook een vier-dimensionale dikte? Rucker noemt dat een 'slight hyperthickness'. Flatlanders kunnen best op de oppervlakte van een grote bol leven. Hun wereld blijft daarmee voor hen twee-dimensionaal maar wordt eindeloos.

Leven wij in een drie-dimensionale schil van een vier-dimensionale ruimte? En welke richting moeten we inslaan, de vierde dimensie in?

Charles Howard Hinton, een creatieve geest uit vorige eeuw, die enige belangwekkende werken over dit onderwerp schreef (en die in 1885 wegens bigamie uit Engeland werd verbannen, naar Japan reisde om in Yokohama te gaan lesgeven, en tenslotte in Amerika terecht kwam waar hij op latere leeftijd van de Princeton Universiteit werd ontslagen omdat hij zich te veel bezig hield met het fabriceren van een Baseball-kanon) suggereert het woord *ana* en *kata*. Hinton stelt dat de hemel *ana* ten opzichte van de aarde ligt, en de hel *kata*.

De vierde dimensie is dus als volgt te bereiken: rechtuit, linksaf, omhoog en dan even *ana*.



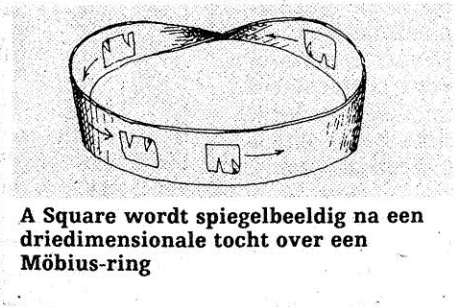
Ana, kata door de vierde dimensie

Deze vondst van Hinton betekende een eenvoudige oplossing voor veel religieuze gebod: God is gewoon vier-dimensionaal. Of vijf dimensionaal. Of oneindig-dimensionaal. Hij is Alles en Overal en grijpt direct in ons dagelijks leven in, maar we kunnen Hem niet zien, evenmin als A Square A Sphere kon zien.

De hogere dimensionaliteit van God heeft de theologie zeker geïnspireerd. De theoloog Arthur Willink zegt in zijn boek *The world of the Unseen* (1893): 'Dit beeld strookt met wat is gezegd over de Alwetendheid van God. Want Hij, die in de Hoogste Ruimte woont, heeft op deze manier niet alleen een uitstekend inzicht in ons bestaan, maar Hij is ook oneindig dichtbij, dicht bij ieder onderdeel van ons wezen. In de strikt natuurkundige zin van het woord is het dus waar dat in Hem wij leven, bewegen en onszelf zijn.'

TOT ZOVER de theorie. Nu de actie. Wat is het bewijs? Dat komt uit Spiritistische hoek, van de hand van Johann Carl Friedrich Zöllner.

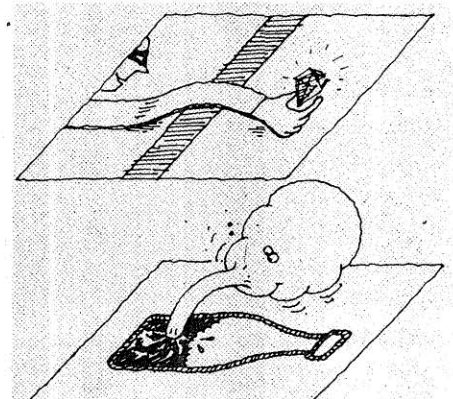
Professor Zöllner was behalve spiritist ook hoogleraar in de astronomie. Hij doceerde aan de Universiteit van Leipzig, waar in 1827 August Möbius (bekend van zijn 'Ring') de ontdekking had gemaakt dat het mogelijk is om een driedimensionaal object in de vierde dimensie zo om te draaien dat het spiegelbeeldig wordt, en waar Gustav Fechner in 1846 zijn bekende essay had geschreven: *Der Raum hat vier Dimensionen*. Het geestelijke klimaat was dus bij uitstek geschikt.



A Square wordt spiegelbeeldig na een driedimensionale tocht over een Möbius-ring

Zöllner redeneerde als volgt: wij, driedimensionale wezens, kunnen in een

'kluis' van A Square inbreken door het geld er gewoon omhoog uit te halen. Zo heeft een 4D-rover geen moeite een kraak te zetten door *ana* binnen te sluiten. Geen deur, slot of wand hoeft geforceerd. Gewoon, dwars door de muur heeft hij toegang.



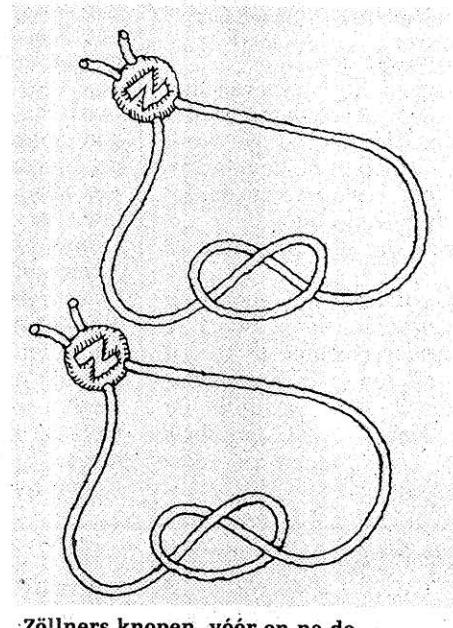
Twee-dimensionaal inbreken

Een 4D-geest kan in een touw, waarvan de einden zijn verzegeld, een knoop leggen (of er uit halen) zonder dat hij het touw door midden hoeft te knippen: hij haalt een stukje van het touw er even 'ana' tussen uit, haalt het 'door zichzelf heen' en plaatst het missende stukje er weer 'kata' tussen.

Een slakkehuis kan spiegelbeeldig gemaakt door hem even in de vierde dimensie te tillen en om te keren. Twee afzonderlijke houten ringen kunnen in elkaar gehaakt worden zonder dat er later een breuklijn zichtbaar is. Een papier in een gesloten enveloppe kan worden beschreven zonder dat ... enzovoort.

Deze proeven leken Zöllner wel wat. Het zou namelijk bewijzen dat de vierde dimensie bestaat, en dat er bovendien geesten in wonen. Hoe de geesten tot medewerking in deze experimenten te bewegen? Hij ontmoette in 1877 een zekere Henry Slade, een bekend medium in die tijd. Slade zei nauw contact te onderhouden met de geestenwereld en verklaarde zich bereid het touw, het slakkehuis en de houten ringen vierdimensionaal te laten bewerken.

Zöllner had zijn vrienden uitgenodigd en alles leek zeer wetenschappelijk toe te gaan. Maar Zöllner bleek ook zeer, zeer naïef. Lukt de proeven? Het leek aanvankelijk van wel, maar hoe stringenter de maatregelen om Slade niet de gelegenheid te geven de zaak drie-dimensionaal te flossen (door met een sleutel de kluis open te maken en het te ontknopen touw te verwisselen met een ontknoopte copie), des te minder ging het goed.



Zöllners knopen, vóór en na de behandeling in de vierde dimensie

Uiteindelijk schreef Zöllner: 'Zelden geschiedt datgene wat wij, met ons beperkt bevattingsvermogen, graag zouden willen. Maar wanneer we, terugkijkend over vele jaren, willen inzien wat er *werkelijk* is gebeurd, kunnen we ons niet anders dan verbazen over de geestelijke superioriteit en wijsheid van De Hand, die ons lot volgens een uitgestippeld plan in goede banen leidt.'

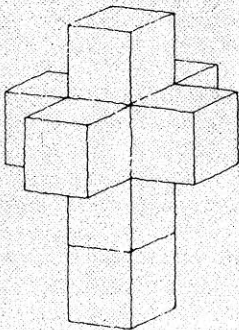
Ik heb de oorspronkelijke uitspraak ontdaan van nog grotere wolligheid, maar het antwoord blijft *nee*: de proeven lukten niet. Het touw werd uiteindelijk niet ontward, het slakkehuis bleef gewoon dezelfde en de houten ringen waren zeer los van elkaar na afloop van de séance. Uri Geller zou het beter hebben gedaan. Het resultaat van dit gepruts is dat de vierde dimensie een slechte naam kreeg en uiteindelijk geen voornamelijk theosofen en kunstenaars vermoed te inspireren.

DAT LUKTE beter. Ondanks het feit dat Mevrouw Blavatsky zelf niets in de vierde dimensie wilde zien, raakten veel theosofen geïnteresseerd en er verschenen einde vorige eeuw belangrijke geschriften over het onderwerp, zoals van C. W. Leadbeater, die het 'astrale inzicht' vier-dimensionaal wilde duiden.

Wassily Kandinsky citeert in een sterk theosofisch getint verhaal uit een boek van eerder genoemde Zöllner. Frantisek Kupka en Piet Mondriaan stonden ook zeer sympathiek tegenover de vierde dimensie. H. G. Wells schreef er over.

Later gebruikte Picasso een 'openge-

vouwen hyperkubus' als crucifix op zijn schilderij Christus Hypercubus uit 1954. Robert Heinlein beschrijft in 'And He Built a Crooked House' (1940) een huis dat eruit ziet als een uitgevouwen hyperkubus, die bij een aardbeving zichzelf weer opvouwt tot een echt vierdimensionaal huis.



Christus hyperkubus: één manier om een hyperkubus te ontvouwen

REST EEN belangwekkende vraag: bestaat de vierde — ruimtelijke — dimensie wel?

De Rus P. D. Ouspensky, bekend 'hyperreïtiefilosof' en de schrijver van het boek *Tertium Organum*, schrijft in een essay uit 1908: *Als de vierde dimensie bestaat zijn er twee mogelijkheden: of wij bezitten zelf een vierde dimensie — dat wil zeggen, wij zijn dus wezens met vier dimensies of wij bezitten maar drie dimensies en bestaan dus helemaal niet.*

Is dat zo? Ouspensky zegt ook: 'Als de vierde dimensie bestaat en wij bezitten er maar drie, betekent dat dat we niet echt bestaan, maar dat we alleen in iemands verbeelding bestaan en dat al onze gedachten, gevoelens en ervaringen plaatsgrijpen in de geest van een of ander hoger wezen, die ons bedenkt. Wij zijn dan slechts produkten van zijn geest. En onze hele wereld is slechts denkbeeldig, geschapen in zijn fantasie. Wanneer we dit niet willen aanvaarden, moeten we ons zelf zien als wezens met een vierde dimensie.'

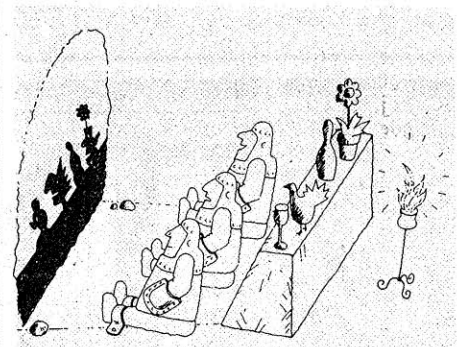
Ik denk eigenlijk dat een vierde — strikt ruimtelijke — dimensie niet bestaat. Onze ruimte is nu juist gedefinieerd als zijnde driedimensionaal, dat is zijn intrinsieke eigenschap. Een vier-dimensionale ruimte is zoiets als een pak appelsap aan de boom. Als aan de appel een dimensie wordt toegevoegd (het persen en verpakken) is het *geen* appel meer.

Het wezen van de appel is dat zij aan de boom groeit en mogelijk zelfs tot appelsap kan worden. Het wezen van onze ruimte is dat zij drie-dimensionaal is maar ook als vier-dimensionale *Spacetime* beschreven kan worden. Of neem een andere, willekeurige dimensie, zoals kleur, en vorm een theorie. (Richtlijn: de rode mensen zien de groene niet en andersom).

De vraag is dan: wat is *waar*? Dat hangt van het gezichtspunt af. Voor de dorstige is het pak appelsap de waarheid achter de peer, voor de hongerige de peer zelf. Dat is het aardige van de waarheid: zij is *zelf* meer-dimensionaal.

DAARENTEGEN denk ik wel dat we ons een vierde ruimtelijke dimensie kunnen voorstellen. Wij stellen ons namelijk veel meer voor dan we feitelijk zien en beleven — méér dan de natuur ons biedt. Het 'beleven' van de vierde, ruimtelijke, dimensie is dan een kwestie van flink oefenen.

Plato beschrijft in een gesprek tussen Socrates en Glaucon een aantal gevangenen, die hun hele leven al vastgeketend zitten met hun gezicht naar een muur. Achter hen brandt licht en de schurken weten niet beter dan dat hun schaduwen op de wand tegenover hen de echte wereld is. Zij zijn die schaduwen en hebben geen enkele moeite zich dat voor te stellen. Zij leven dus in een tweedimensionale schijnwereld.



Plato's grot

De speciaal gerangschikte lijntjes op papier die wij als kubus herkennen worden op ons netvlies geprojecteerd, en deze projectie wordt op één of andere manier in onze hersenen in verband gebracht met het opgeslagen beeld van een *echte* kubus. Op het papier zijnd zeggen we: dit is een kubus. Wij bezitten dus het vermogen dingen zo te zien als ze niet zijn.

Vier-dimensionale objecten liggen niet voor het oprapen, er is geen referentiemateriaal voor handen. We moeten het dus doen met wat de geest ons aan 'procesvermogen' biedt.

Dus toch nog maar eens op zoek naar het vier-dimensionale computerprogramma van Banchoff en Strauss — teneinde een *katalyse* in mijn *analyse* te bewerkstelligen. ■

Man valt door Flatland. Opdracht: teken een doorsnede van een vierdimensionale God met onze ruimte

